Eingangstest im Fach Mathematik

Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung

Hinweise: Liebe Schülerinnen und Schüler,

der Eingangstest ist überstanden. Wenn Sie alle Aufgaben lösen konnten, so bringen Sie sicherlich recht gute Voraussetzungen für den Besuch der Fachoberschule bzw. Berufsoberschule mit. Falls Sie einige Aufgaben nicht lösen konnten, ist das nicht so schlimm. Es geht jetzt darum, diese Bereiche gezielt aufzuarbeiten. Dazu gibt es entsprechende Hilfestellungen, die zu einem erfolgreichen Bestehen der Probezeit beitragen können.

Bearbeiten Sie bitte zu den Themenbereichen, in denen sie die Aufgabe nicht lösen konnten, weitere Aufgaben zur Wiederholung und Vertiefung. Jeder Aufgabe ist eine kurze Zusammenfassung der entsprechenden Inhalte und Regeln vorangestellt. Durchgerechnete Beispiele verdeutlichen den Sachverhalt. Die Lösungen der Übungsaufgaben sind angegeben.

Beispiel: Aufgabe 2 des Eingangstests nicht gelöst; also Beispiele und Aufgaben zum Themenbereich 2 „Addition und Subtraktion von Bruchtermen" bearbeiten.

Falls Sie weitere Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihren Mathematiklehrer. Er wird Ihnen auch sicherlich geeignete Maßnahmen zur Unterstützung und Förderung an Ihrer Schule aufzeigen.

Weitere Informationen und Aufgaben finden Sie in entsprechenden Lernhilfen. Die Bücher sind über den Buchhandel zu beziehen.

- Wiederholung Algebra, V. Altrichter, Stark Verlag,
  ISBN 3-89449-124-8

  Zusammenfassung des Stoffes der Algebra der Mittelstufe mit Beispielen und vielen Aufgaben mit schülergerechten Lösungen

- Trainingskurs Mathematik, C. u. H. Velten, Cornelsen,
  ISBN 3-464-41230-X

  Vorbereitung auf höhere berufsbildende Schulen (Algebra)

- Das Trainingsbuch 9/10 Lambacher Schweizer,
  Janka/Schmalkofer, Klett Verlag, ISBN 3-12-929413-9

  Training für die Bereiche Wurzeln, quadratische Funktion und quadratische Gleichung, Pythagoras, Kreislehre, Raumgeometrie, Sinus und Cosinus

- Termumformungen und ihre Anwendungen, U. Bergmann,
  Klett Verlag, ISBN 3-12-922032-1

  Lernhilfe speziell für den Bereich Termumformungen und Gleichungen (Rechenregeln, binomische Formeln, Bruchterme, Wurzeln, lineare und quadratische Gleichungen)

1. Rechnen mit Klammern

Regel: Beim Multiplizieren zweier Klammern wird jeder Summand der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer malgenommen. Dabei sind die jeweiligen Vorzeichen zu berücksichtigen.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

$$(a-b)(c-d) = ac - ad - bc + bd$$

Beispiele:

a) $(x+4)(y+3) = x \cdot y + x \cdot 3 + 4 \cdot y + 4 \cdot 3 = xy + 3x + 4y + 12$

b) $(a+2b)(3b-1) = a \cdot 3b - a \cdot 1 + 2b \cdot 3b - 2b \cdot 1 = 3ab - a + 6b^2 - 2b$

Aufgaben

1. $(2x+y)(1-x)$
2. $(x-1)(y+2)$
3. $(a+3b)(2b+a-5)$
4. $(x-3y+4)(2x-5)$

2. Addition und Subtraktion von Bruchtermen

Regel: Ungleichnamige Bruchterme werden zunächst gleichnamig (gleicher Nenner) gemacht. Anschließend werden die gleichnamigen Terme addiert (subtrahiert), indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

Beispiele:

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$

b) $\frac{a}{b} - \frac{1}{ab} = \frac{a \cdot a}{a \cdot b} - \frac{1}{ab} = \frac{a^2 - 1}{ab}$

Aufgaben:

1. $\frac{2}{a+1} + \frac{1}{a}$
2. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$
3. $\frac{3x-y}{x^2-y^2} - \frac{5}{x+y}$
4. $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

3. **Rechnen mit Wurzeln**

Die Quadratwurzel einer positiven Zahl a bezeichnet diejenige positive Zahl $\sqrt{a}$, die mit sich selbst multipliziert a ergibt, z. B. $\left(\sqrt{9}\right)^2 = 9$. Insbesondere ist also $\sqrt{9} = 3$ und **nicht** $\sqrt{9} = \pm 3$.

Grundsätzlich können nur Quadratwurzeln mit gleichem Radikanden exakt addiert oder subtrahiert werden.

Beispiel:

$$2 \cdot \sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = (2+4-1) \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot \sqrt{3}$$

Beachte:

$$\left.\begin{array}{r} \sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14 \\ \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b} \quad \text{für} \quad a, b \neq 0$$

$$\left.\begin{array}{r} \sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1 \\ \sqrt{16-9} = \sqrt{7} \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b} \quad \text{für} \quad a, b \neq 0$$

Regel

- $b \cdot \sqrt{a} + d \cdot \sqrt{a} = (b+d) \cdot \sqrt{a}$ $\quad a \geq 0$
- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ $\quad a, b \geq 0$
- $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ $\quad a \geq 0 \wedge b > 0$
- $\sqrt{a^2} = |a|$ $\quad a \in \mathbb{R}$

Anwendungen:

- Teilweises Wurzelziehen (Radizieren): $\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$
- Rationalmachen des Nenners: $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Aufgaben:

1. Berechnen Sie beide Terme und vergleichen Sie.
   a) $\sqrt{9} + \sqrt{25}$; $\quad \sqrt{9+25}$
   b) $\sqrt{a} - \sqrt{b}$; $\quad \sqrt{a-b}$ $\quad$ für $\quad a = 8;\ b = 7$
   c) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$; $\quad \sqrt{x-y}$ $\quad$ für $\quad x = 36;\ y = 0$
2. Berechnen Sie ohne Taschenrechner.
   a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ $\qquad$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{8{,}1}$ $\qquad$ c) $\sqrt{\dfrac{3}{2}} \cdot \sqrt{24}$

d) $\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}$ e) $\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)$ f) $\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}\right)^2$

g) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ h) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ i) $\frac{\sqrt{0,8}}{\sqrt{0,2}}$

3. Vereinfachen Sie durch teilweises Radizieren.

a) $\sqrt{12}+\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{108}$ c) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

d) $\frac{4-\sqrt{28}}{2}$ e) $\frac{12+\sqrt{27-9a}}{3}$ f) $\frac{4a^2+\sqrt{9b^4}}{2a+3b}$

4. Vereinfachen Sie folgende Wurzelterme. Bestimmen Sie auch die Definitionsbereiche.

a) $\sqrt{(x-1)^2}$ b) $\sqrt{(2x+3)^2}$ c) $\sqrt{x^2\cdot y^2}$

d) $\sqrt{4\cdot x^2\cdot y^3}$ e) $\sqrt{9\cdot x\cdot(x+1)^2}$

4. **Abschätzungen**

Beispiel:

Eine 1,20 m hohe Regenwassertonne vom Durchmesser 60 cm ist zu 2/3 gefüllt. Wie viele Liter Wasser enthält die Tonne?

Lösung:

Wir schätzen zunächst die Grundfläche $G = \pi \cdot r^2$ ab:

$$G = 0{,}3\text{ m} \cdot 0{,}3\text{ m} \cdot 3{,}14 = 0{,}09\text{ m}^2 \cdot 3{,}14 \approx 0{,}09\text{ m}^2 \cdot 3 = 0{,}3\text{ m}^2$$

Wegen $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ folgt $V \approx 0{,}8\text{ m} \cdot 0{,}3\text{ m}^2 = 0{,}024\text{ m}^3$. Jetzt muss man nur noch wissen, dass $1\text{ m}^3 = 1000$ Liter, um $V \approx 240$ Liter zu schätzen. Der Taschenrechner liefert $V \approx 226$ Liter.

Aufgaben:

1. Der geöffnete Wasserhahn an einer Badewanne liefert 0,37 Liter Wasser pro Sekunde. Ein Physiklehrer stoppt mit seiner Armbanduhr die Gesamtzeit des Wassereinlaufs zu 8 min und 15,3 s.
   a) Schätzen Sie ab, wie viel Wasser die Badewanne enthält.
   b) Schätzen Sie ab, wie hoch das Wasser in der Badewanne steht, wenn diese 1,45 m lang und 60 cm breit ist.
2. Eine 400 ml-Dose pürierter Tomaten ist 11 cm hoch. Schätzen Sie den Durchmesser der Dose.
3. Ein Wasserkocher trägt die Aufschrift 230 V; 1000 W.
   a) Schätzen Sie die Stromstärke im Zuleitungskabel ab. (Hinweis: Für die elektrische Leistung gilt: $P = U \cdot I$. Hierin bezeichnet U die Spannung in Volt, I die Stromstärke in Ampere.)
   b) Um 1 Liter Wasser um 1 ºC zu erwärmen, wird eine Energiemenge von 4170 J benötigt. Schätzen Sie ab, wie viel Energie erforderlich ist, um 0,8 Liter Wasser von 15 ºC zum Kochen zu bringen.
   c) Wie lange dauert es, bis dieses Wasser im obigen Kocher siedet? (Hinweis: Für die elektrische Energie gilt $E = P \cdot t$, wobei t die Zeit in Sekunden bezeichnet.)
4. Schätzen Sie das Volumen einer Grapefruit von 9 cm Durchmesser. (Hinweis: Für das Volumen einer Kugel K vom Radius r gilt $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$.)
5. Ein 10 kg-Eimer Wandfarbe reicht laut Aufdruck für 50 m^2. Reicht ein Eimer für ein Zimmer von 5,0 m Länge, 3,50 m Breite und üblicher Raumhöhe von 2,35 m?

5. **Quadratische Gleichung**

Die allgemeine quadratische Gleichung hat die Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$. Für den Sonderfall $c = 0$ ergibt sich $ax^2 + bx = 0$. Die beiden Lösungen werden durch **Ausklammern** ermittelt. Eine der Lösungen ist immer Null: $\underbrace{x}_{0}\underbrace{(ax+b)}_{0} = 0$ Hinweis: Eine Division durch x ist daher nicht erlaubt.

Beispiele:

a) $x^2 + 3x = 0$; $\underbrace{x}_{0}\underbrace{(x+3)}_{0} = 0$; $x = 0$ oder $x + 3 = 0$; $x = 0$ oder $x = -3$;

$L = \{-3;\ 0\}$

b) $2x^2 + 8x = 0$; $\underbrace{2x}_{0}\underbrace{(x+4)}_{0} = 0$; $2x = 0$ oder $x + 4 = 0$; $x = 0$ oder $x = -4$;

$L = \{-4;\ 0\}$

c) $3x^2 - 2x = 0$; $\underbrace{x}_{0}\underbrace{(3x-2)}_{0} = 0$; $x = 0$ oder $3x - 2 = 0$; $x = 0$ oder $x = \frac{2}{3}$;

$L = \left\{0;\ \frac{2}{3}\right\}$

Aufgaben:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen.

1. $2x^2 - 6x = 0$
2. $-x^2 - 4x = 0$
3. $6x + 2x^2 = 0$
4. $x^2 = \frac{1}{2}x$
5. $8x^2 - 5x = 0$
6. $x = x^2$

Die allgemeine quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ wird mit Hilfe der Formel $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ gelöst.

Regel:

Die Anzahl der Lösungen dieser Gleichung hängt vom Term $b^2 - 4ac$, der sogenannten Diskriminante D ab. Es gilt:

$D > 0$: 2 Lösungen; $D = 0$: 1 Lösung; $D < 0$: keine Lösung

Beispiele:

a) $3x^2 - 4x - 7 = 0$; $a = 3$; $b = -4$; $c = -7$;

$D = b^2 - 4ac$;

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7) = 100$;

$x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{4 \pm 10}{6}$; $x_1 = \frac{4+10}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$; $x_2 = \frac{4-10}{6} = \frac{-6}{6} = -1$

$L = \left\{-1; \frac{7}{3}\right\}$

b) $0{,}75x^2 - 12x + 48 = 0$; $a = 0{,}75$; $b = -12$; $c = 48$;

$D = (-12)^2 - 4 \cdot 0{,}75 \cdot 48 = 144 - 144 = 0$;

$x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{1{,}5} = 8$;

$L = \{8\}$

c) $x^2 - 5x + 10 = 0$; $a = 1$; $b = -5$; $c = 10$;

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 25 - 40 = -15 < 0$;

$L = \{\ \}$

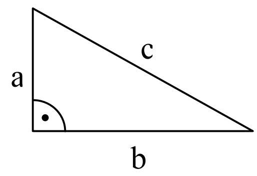
Aufgaben:

Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichungen.

1. $x^2 - 6x + 8 = 0$
2. $x^2 + 4x + 3 = 0$
3. $x^2 + 10x + 25 = 0$
4. $x^2 + 3x + 5 = 0$
5. $-3x^2 + 6x + 45 = 0$
6. $0{,}25x^2 - 6x - 75 = 0$
7. $-x^2 + 13x - 40 = 0$
8. $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2} = 0$
9. $5x^2 - 14x = -2{,}6$

6. Lehrsatz des Pythagoras

$c^2 = a^2 + b^2$ oder $a^2 = c^2 - b^2$ oder $b^2 = c^2 - a^2$



c: Hypothenuse

a, b: Katheten

Dieser Satz gilt für alle rechtwinkligen Dreiecke.

Beispiele:

a) Berechnen Sie die Diagonale eines Rechtecks mit den Seiten a = 3 cm und b = 4 cm.

$c^2 = a^2 + b^2$; $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; $c = 5$

Die Diagonale des Rechtecks ist 5 cm lang.

b) In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Länge der Hypothenuse 13 cm, die der Katheten 11 cm. Berechnen Sie die Länge der dritten Seite des Dreiecks.

$a^2 = c^2 - b^2$; $a^2 = 13^2 - 11^2 = 169 - 121 = 48$; $a = \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 16} = 4\sqrt{3}$

Die dritte Seite des Dreiecks ist ca. 6,9 cm lang.

Aufgaben:

1. In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten 24 cm und 7 cm lang. Berechnen Sie die Länge der Hypothenuse.
2. Die Hypothenuse in einem rechtwinkligen Dreieck ist 17 [LE] lang, die Kathete 15 [LE]. Berechnen Sie die Länge der anderen Kathete.
3. Berechnen Sie die Seitenlängen eines Quadrats, dessen Diagonale 8 cm lang ist.
4. In einem Parallelogramm haben zwei Seiten die Längen 20 cm und 21 cm. Untersuchen Sie, für welche der folgenden Diagonalenlänge das Parallelogramm ein Rechteck ist: 27 cm 28 cm 29 cm
5. In einem kartesischen Koordinatensystem ist der Punkt P(4; 5) gegeben. Berechnen Sie die Entfernung des Punktes P vom Koordinatenursprung.
6. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte P(2; 1) und Q(4; 5) gegeben. Ermitteln Sie den Abstand der beiden Punkte zeichnerisch und rechnerisch.
7. Eine Menge von Rechtecken hat den Umfang U = 10 cm. Bestimmen Sie dasjenige Rechteck mit der kürzesten Diagonale.

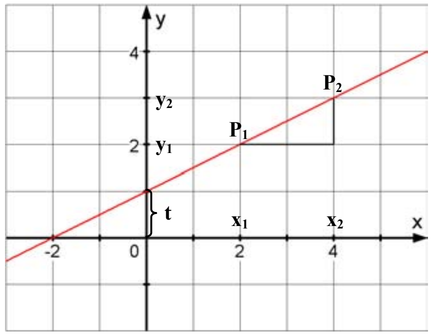
7. **Aufstellen von Geradengleichungen**

Eine Gerade ist durch zwei Punkte $P_1(x_1; y_1)$ und $P_2(x_2; y_2)$ oder durch einen Punkt und die Steigung der Geraden eindeutig festgelegt. Die Funktionsgleichung einer Geraden lautet:

$$y = mx + t \qquad m, t \in \mathbb{R}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$: Steigung der Geraden

t: y-Achsenabschnitt



Beispiele:

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $P_1(2;\ 2)$ und $P_2(4;\ 3)$. Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden g.

- Bestimmung der Steigung m

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-2}{4-2} = \frac{1}{2}$$

- Einsetzen von m und z. B. $P_1(2;\ 2)$ in die Geradengleichung von g

$$2 = \frac{1}{2} \cdot 2 + t\,; \quad t = 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

Aufgaben:

1. Von einer Geraden sind zwei Punkte bekannt. Bestimmen Sie jeweils eine Gleichung der zugehörigen Gerade.

   a) $P_1(1;\ 1) \quad P_2(-1;\ -5)$

   b) $R(4;\ 3) \quad S(3;\ 1)$

   c) $P(-2;\ 7) \quad Q(1;\ -8)$

2. Eine Gerade h verläuft parallel zur Geraden g mit der Gleichung $y = 2x - 1$ und geht durch den Punkt A $(1;\ 0)$. Ermitteln Sie eine Gleichung der Geraden h.

3. Gegeben sind folgende Geradengleichungen. Zeichnen Sie die jeweilige Gerade in ein kartesisches Koordinatensystem.

   a) $y = 2x - 2$

   b) $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

   c) $y = -3x + 2$

8. **Quadratische Funktion**

Eine Parabel ist durch drei Punkte oder durch den Scheitel und einen weiteren Punkt eindeutig festgelegt. Die Funktionsgleichung einer Parabel lautet allgemein:

$$y = ax^2 + bx + c \qquad a, b, c \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad a \neq 0$$

Die Schnittstellen (Nullstellen) einer Parabel mit der x-Achse ermittelt man durch Lösen der Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$. Die Lösungen können mit folgender Formel ermittelt werden:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Gibt es Lösungen (Nullstellen) x_1 oder x_2, so kann der Funktionsterm $ax^2 + bx + c$ in Linearfaktoren zerlegt werden:

$$y = a(x - x_1)(x - x_2) \qquad a \neq 0$$

$a > 0$: Parabel nach oben geöffnet

$a < 0$: Parabel nach unten geöffnet

Beispiele:

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung $y = (x-3)(x+4)$ der Parabel p. Ermitteln Sie die Nullstellen.

   $$\underbrace{(x-3)}_{0}\underbrace{(x+4)}_{0} = 0$$

   $$x - 3 = 0 \text{ oder } x + 4 = 0$$

   $$x_1 = 3 \text{ oder } x_2 = -4$$

2. Die Parabel f hat die Nullstellen $x_1 = -1$ sowie $x_2 = 2$ und verläuft durch den Punkt $P(1;\,3)$. Ermitteln Sie eine Gleichung der Parabel f.

- Die Aussage über die Nullstellen liefert den Ansatz:

  $$y = a(x+1)(x-2)$$

- Einsetzen des Punktes $P(1;\,3)$ in die Funktionsgleichung:

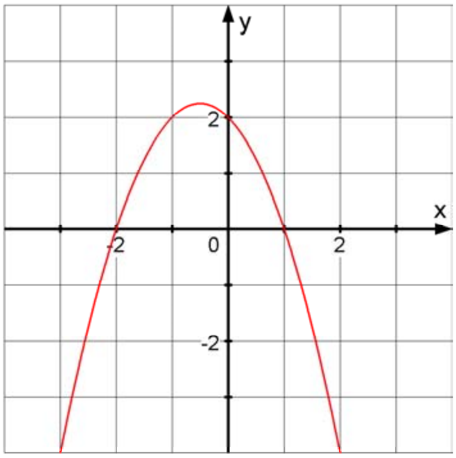
  $$3 = a(1+1)(1-2)\,; \qquad a = -\frac{3}{2}$$

- Funktionsgleichung der Parabel f:

  $$y = -\frac{3}{2}(x+1)(x-2) \quad \text{oder ausmultipliziert}$$

  $$y = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$$

3. Gegeben ist der Graph einer quadratischen Funktion f. Ermitteln Sie die zugehörige Funktionsgleichung.



- Ablesen der Nullstellen liefert den Ansatz:

  $y = a(x+2)(x-1)$

- Einsetzen eines Punktes z. B. $P(0;\ 2)$ in die Funktionsgleichung:

  $2 = a(0+2)(0-1)$; $a = -1$

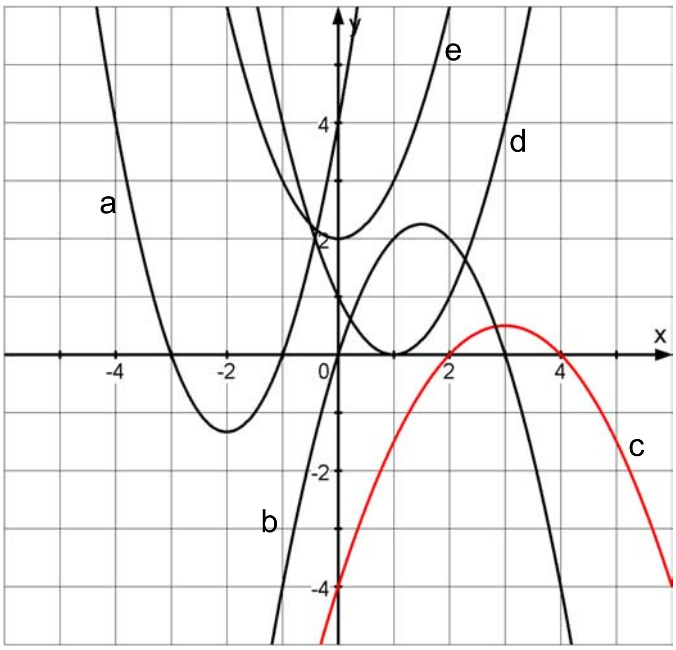
- Funktionsgleichung der Parabel f:

  $y = -(x+2)(x-1)$ oder ausmultipliziert

  $y = -x^2 - x + 2$

Aufgaben:

1. Gegeben ist die Parabel f mit der Gleichung $y = -2x^2 - 2x + 4$. Berechnen Sie die Nullstellen der Parabel f.
2. Die Parabel p hat die Nullstellen $x_1 = 0$ sowie $x_2 = 2$ und verläuft durch den Punkt $P(1;\ -3)$. Ermitteln Sie eine Gleichung der Parabel p.
3. Gegeben sind folgende Parabeln. Bestimmen Sie die jeweilige Funktionsgleichung.



9. **Lineare Gleichungssysteme**

Beispiel:

In einem Verein sind 238 stimmberechtigte Mitglieder. Über einen Antrag wird eine Abstimmung durchgeführt, der mit 90 Stimmen Mehrheit angenommen wird. Es sind keine Stimmenthaltungen erlaubt. Wie viele Ja-Stimmen bzw. Nein-Stimmen wurden abgegeben?

Lösung:

x ist die Anzahl der Ja-Stimmen; y ist die Anzahl der Nein-Stimmen.

Umsetzung des Textes in ein mathematisches Modell:

In einem Verein sind 238 stimmberechtigte Mitglieder. $\Rightarrow$ $\mathrm{I.}: x + y = 238$
... mit 90 Stimmen Mehrheit angenommen ... $\Rightarrow$ $\mathrm{II.}: x - y = 90$
aus I. folgt: $y = 238 - x$; eingesetzt in II. gilt: $x - (238 - x) = 90 \Leftrightarrow 2x = 328$;
also $x = 164$; zurück in I.: $y = 238 - 164 = 74$

Es wurden 164 Ja-Stimmen und 74 Nein-Stimmen abgegeben.

Aufgaben:

1. In einer Klasse sind 36 Schüler. Bei der Schulaufgabe erhielten zwei Schüler die Note 1, sechs Schüler die Note 2, elf die Note 3, zehn die Note 4 und die restlichen Schüler die Note 5 bzw. 6. Der Notendurchschnitt betrug 3,5. Wie viele Schüler bekamen bzw. wie viele die Note 6?
2. Franz war vor 5 Jahren drei mal so alt wie Hans. In 10 Jahren ist Franz doppelt so alt wie Hans. Wie alt sind Franz und Hans heute?
3. In zwei großen Räumen befinden sich eine gewisse Anzahl von Personen. Gehen aus dem zweiten Zimmer 16 ins erste, so sind dort drei mal so viele Personen wie momentan im zweiten. Begeben sich nun 48 Personen vom ersten Raum in den zweiten, so sind nun dort drei mal so viele Personen wie im ersten. Wie viele Personen waren ursprünglich in den einzelnen Zimmern?
4. Würde man bei einem Schwimmbecken gleichzeitig das Einlass- und das Abflussventil öffnen, so wäre das leere Becken in 3 Stunden gefüllt. Hätte der Abfluss den doppelten Querschnitt, so wäre das leere Becken in 6 Stunden gefüllt. Wie lange dauert das Befüllen des leeren Beckens mit dem Füllrohr (bei geschlossenem Abfluss)? Wie lange dauert das Entleeren des vollen Beckens mit dem Abfluss (bei geschlossenem Zufluss)?
5. Eine Familie kauft jährlich von einem Winzer 50 Liter Rotwein und 65 Liter Weißwein für zusammen 296 €. Als in diesem Jahr geliefert wurde, musste die Familie 87,20 € mehr bezahlen, da der Rotwein um 40 % und der Weißwein um 20 % teurer geworden war. Wie viel kostete früher je ein Liter Weißwein bzw. Rotwein?
6. Die Summe zweier Zahlen ist gleich der Differenz ihrer Quadrate. Der Quotient der beiden Zahlen beträgt 6. Berechnen Sie beide Zahlen.